**Solución al problema de distribución de una empresa a diferentes puntos ubicados en varios estados de la república**

**mexicana resuelto por VRP**

Erik de Jesús G. Arteaga, Leticia Martinez Cazares y Marco Antonio Rojas

Facultad de Ciencias de la Computación, BUAP

Av San Claudio 14 Sur, Cd Universitaria, 72592 Puebla, Pue

Logística

**Resumen.**

En este documento abordaremos uno de los temas más solicitados por las empresas a la logística que es el vrp que en términos simples es la logística de vehículos que distribuyen y realizan determinados servicios a un número determinado de clientes, veremos su definición, orígenes, despliegue del problema TSP. También como complemento aplicaremos este problema a una situación presentada por una empresa que necesita obtener la ruta óptima para la distribución de sus flotillas de camiones, mediante el software Lingo, presentaremos resultados y una breve conclusión al aplicar esta metodología..

**Palabras Clave: Ruta, NP-Hard, TSP, VRP, Transporte, Capacidad,Programación Entera,**

**1 Introducción**

Cuando una empresa crece de tal forma, que, es necesario comprar uno o varios vehículos para distribuir a diferentes clientes nuestros productos o servicios, estamos empezando a darle un valor a la empresa, para hacerla crecer, dar a conocer nuestros productos, de manera que puedan llegar a diferentes puntos no sólo local sino nacional y en algunos casos porque no soñar y pensar en un mercado global.Pero si queremos que nuestra empresa mejore y madure tenemos que pensar la manera en organizar cada uno de los procesos que genera día a día de la mejor manera posible así nos ayudará a que nuestra empresa se diferencie de las demás.

Uno de los problemas que es recurrente en las empresas es la logística de rutas en vehículos de carga o de servicio, porque lo que buscamos es minimizar costos y distancias así como aprovechar al máximo esos viajes y debemos o tendríamos que estar seguros que es la mejor forma de hacerlo. Problema de Rutas de Vehıculos (en inglés Vehicle Routing Problem VRP) nos ayuda a resolver este problema y se utiliza mucho para encontrar la ruta “ideal”.

Definido hace más de 50 años, este problema consiste en diseñar el conjunto óptimo de rutas para una flota de vehıculos que deben servir (o visitar) a un determinado número de clientes, como se ha visto anteriormente. El gran interés en este tipo de problemas, como ocurre con el TSP, se debe a su gran utilidad en problemas reales, ası como a su considerable dificultad.

El Problema de Rutas de Vehıculos es un nombre genérico que se da a una clase muy extensa de problemas consistentes en encontrar rutas ́optimas de reparto desde uno o varios almacenes a un determinado número de ciudades o clientes de manera que se satisfagan ciertas restricciones. En otras palabras, el objetivo de este tipo de problemas es repartir (o recoger) una cierta mercancıa a un conjunto de clientes con demandas conocidas de manera que el coste total originado de este reparto sea mınimo. Como se puede deducir, el VRP es una extensión del TSP donde la ciudad de origen es el depósito, denotado generalmente como nodo 0 (nótese que la notación varıa con respecto al TSP donde la ciudad de origen es denotada como nodo 1), y se añaden nuevas restricciones.

Como se deduce de la definición, el VRP resulta extremadamente útil no solo en problemas relacionados con el reparto y la recogida de bienes, sino también en una gran variedad de problemas reales ligados con los campos del transporte,la logıstica y la distribución. Ejemplos tıpicos donde se ha empleado este tipo de problemas son: rutas escolares, sistemas de recogida de basuras, limpieza de calles, reparto de mercancıas y de correo, rutas de vendedores, etc. En general,y no solo en los ejemplos anteriores, el proceso de transporte de mercancıas se encuentra presente en muchos de los sistemas de producción, representando una parte importante (entre el 10 % y el 20 %) del coste final del producto. Ası, la utilización de este tipo de problemas o procedimientos ha dado lugar a un ahorro de entre el 5 % y el 20 % en el coste total de transporte [Toth y Vigo (2001)].

El problema de rutas de vehıculos es un problema de programación entera que también se encuadra dentro de la categorıa de los problemas NP-duro. Para este tipo de problemas, cuando el tamaño del mismo es excesivamente grande, es deseable obtener soluciones aproximadas que puedan ser obtenidas con una rapidez relativa y que sean lo suficientemente parecidas a la solución óptima.Generalmente, la literatura sobre VRP se centra en este tema: encontrar una solución exacta que no requiera tanto esfuerzo computacional o encontrar una solución aproximada que, en un tiempo razonable, de lugar a soluciones aceptables.

Dantzig y Ramser fueron los primeros autores que trataron este tema, cuando estudiaron la aplicación real en la distribución de gasolina para estaciones de carburante. En su artıculo “The Truck Dispatching Problem (1959)”proponıan una solución basada en una formulación de programación lineal que daba lugar a un solución casi óptima. El objetivo era encontrar una forma de asignar los camiones a las estaciones de servicio de manera que se satisficiera las demandas de estas y la distancia recorrida por la flota de camiones fuese mınima. Para ellos, el problema no es más que una generalización del problema del viajante en el que se obliga a éste a visitar la ciudad de origen cada vez que haya visitado m de las n-1 ciudades restantes. Para valores de m y den conocidos, el objetivo es encontrar bucles de forma que todos ellos tengan un punto en común y la distancia recorrida sea mınima. El problema ası definido pasarıa a denominación “Clover Leaf Problem”(el problema de las hojas de trébol).Si m fuese pequeño, el problema podrıa resolverse fácilmente observando un plano en el que se encontraran las ciudades a visitar y buscando conjuntos (o clusters)de ciudades. Sin embargo, cuando los clusters son difıciles de determinar y mes grande (o incluso indeterminado), el problema se complica y se debe recurrir a otro tipo de soluciones, como la que se presentó en el artıculo.

Existen diferentes variantes de éste problema que no abordaremos pero que es importante mencionar como simple análisis del crecimiento e interés a diferentes rumbos a éste problema y también que nos dice que éste problema puede aplicarse a distintas áreas.

* CVRP(VRP con capacidad limitada)
* VRPTW(VRP con ventanas de tiempo)
* VRPB (VRP de ida y vuelta)
* VRPPD (VRP con recogida y reparto)

**2 Problema y modelo**

Una empresa desea encontrar el modelo correcto de la ruta que tiene que transitar para realizar diferentes entregas en todo lo largo de la república, cada uno de los vehículos tiene que recorrer cierta distancia acortando entre ellas además que tiene una capacidad de 18 unidades por vehiculo.

Tenemos la distancia entre estas ciudades en forma de matriz en un documento de excel que se tomará como referencia para realizar esta ruta, Se utilizará el software lingo para resolver éste problema por medio de programación y por medio de las llamadas heurísticas que resuelven este tipo de problemas y acercarnos a nuestra respuesta ideal muy cercana a la deseada.

Éste tipo de problemas se generan mucho en las empresas y esta en particular busca por medio de la logística y el modelo vrp acortar costos y así generar más ganancias a la empresa.

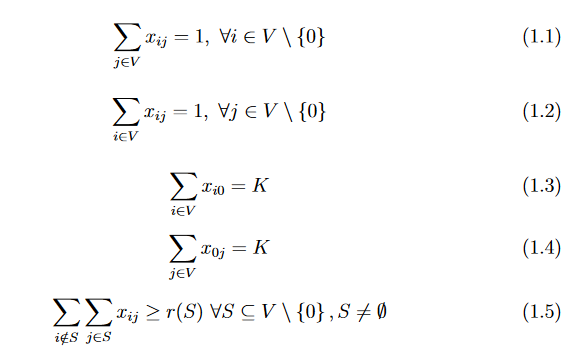
Se desea también que se optimice la utilización de la capacidad de cada uno de los vehículos con los que cuenta la empresa para así tener una mejor utilización de sus recursos.Utilizaremos el modelo VRP para resolver todos estos problemas.

**3 Metodología**

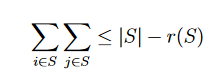
Empezamos describiendo una formulación de dos ındices para el VRP asimétrico, que utiliza O(n2) variables binarias x tales que xij toma el valor 1 si el arco (i,j) ∈ A pertenece a la solución y 0, en otro caso. Ası, el problema se define dela siguiente forma:



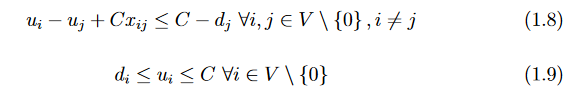
Sujeto a :



Las restricciones (1.1) y (1.2) imponen que solo un arco entre y salga de cada vértice, respectivamente. Análogamente, (1.3) y (1.4) imponen que del depósito salgan y vuelvan K vehıculos. Las llamadas restricciones de capacidad (Capacity-Cut Constraints (CCC)) de (1.5) imponen las restricciones de capacidad y desconexión de las soluciones. Estas restricciones estipulan que cada partici ́on (S,V\S) debe ser atravesada por un n ́umero de arcos que no puede ser inferior ar(S)(número mınimo de vehıculos necesarios para servir al conjunto S). Generalmente,este valor r(S) se calcula a partir de un BPP, pero las restricciones siguen siendo válidas si r(S) es sustituido por d[(S)/C].Una formulación alternativa puede obtenerse transformando las CCC (1.5).

 (1.7)

lo que implica que al menos r(S) arcos deben abandonar el conjunto S. Tanto las restricciones (1.5) como las (1.7) tienen un cardinal que crece exponencialmente,con n lo que hace prácticamente imposible resolver directamente este problema de programación lineal entera.Para evitar este problema, se puede definir otra familia de restricciones con cardinal polinómico:



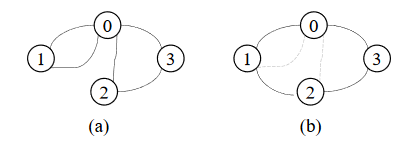
donde ui, i ∈ V \ {0}, es una variable continua adicional que representa la carga del vehıculo tras visitar el nodo i. Es fácil observar que las restricciones (1.8) y(1.9) imponen las restricciones de capacidad y de conexión del CVRP. De hecho,cuando xij=0, la restricción (1.8), no “restringe”, pues ui ≤ C y uj≥dj; y cuando xij= 1 imponen que uj≥ui+dj. Nótese que de esta forma también se consigue eliminar los subcircuitos.

Al igual que ocurre con el TSP, al tratarse ambos de problemas NP-duro, no se ha descubierto aún ningún algoritmo capaz de resolver estos problemas en un tiempo polinómico. El método consistente en evaluar todas las soluciones posibles para luego optar por la de menor coste se hace inviable para problemas de rutas de vehıculos con muchas restricciones, como el VRPTW, o con un número de ciudades elevadas.

Entre los métodos desarrollados en la búsqueda de un algoritmo que ofrezca la solución óptima, podemos destacar la utilización de algoritmos de ramificacion y acotacion, muchos de ellos basados en la relación existente entre el TSP y el VRP, o de Programación dinámica.

Muchos de los algoritmos heurısticos definidos para el VRP se derivan de procedimientos establecidos para el TSP debido a la gran relación existente entre estos dos tipos de problemas. El algoritmo del vecino más próximo o las heurısticasde intercambio pueden ser aplicados al VRP casi sin modificaciones. No obstante,cuando se aplican estos m ́etodos debe tenerse cuidado a la hora de crear las rutas,en el sentido de que s ́olo las rutas factibles, aquellas que cumplen con todas las restricciones impuestas por el problema, deben ser creadas.

Existen muchos tipos distintos de heurısticas, que pueden clasificarse en dos grupos: los algoritmos que buscan soluciones factibles relativamente buenas; y los algoritmos, llamemosles heurısticas de mejora, que tratan de, a partir de una solución factible, encontrar soluciones mejores que la dada. Dentro del primer grupo destacan el algoritmo de Clarke y Wright y el de Fisher y Jaikumar; mientras que, dentro de las heurısticas de mejora, destacamos: algoritmos genéticos(GAs), búsqueda tabú (TS), optimización de colonias de hormigas (AC) y recocido simulado (SA).

Fusión de dos rutas.

**4 Resultados y conclusiones**

Encontramos de nuevo que gracias a tecnologías poderosas podemos encontrar soluciones a preguntas frecuentes que teníamos desde mucho tiempo atras asi ayudamos mucho a la sociedad ya que gracias a los servicios que generamos las personas que se dedican a esto hacemos que las empresas ganen mayor valor en el mercado.

Es gracias a nosotros que los servicios mejoran se hacen más competentes y así nosotros también nos beneficiamos con esos servicios porque como al fin de todo un ciclo así como trabajadores somos clientes también de distintas empresas y ahí es donde vemos los beneficios.

**5 Referencias**

1. Máster Interuniversitario en Técnicas Estadísticas, Universidad de Vigo,Universida de Coruña. USC, Cooperación en los problemas del viajante(tsp) y de rutas de vehículos(vrp): una panorámica,Aida Calviño Martinez,2011.
2. Shapley, L.S. (1953).Additive and Non-Additive Set Functions. Ph. D. The-sis, Princeton University
3. Tae, H., Jun, Y., Kim, B. (2010).The Vehicle Routing Cost Allocation Problem with Time Windows. The 11th Asia Pacific Industrial Engineering and Management Systems Conference. Melaka, Malaysia.
4. Tamir, A. (1989).On the core of a traveling salesman cost allocation game.Operation Research Letters 8, 31-34
5. Toth, P., Vigo, D. (2003).The granular tabu search and its application tothe vehicle routing problem. INFORMS Journal on Computing 15, 333-346
6. Osman, I.H. (1993).Metastrategy simulated annealing and tabu search al-gorithms for the vehicle routing problem. Annals of Operations Research 41,421-451.
7. Juegos de venta y viajes, Potters , J. A. M. Curiel 1992 California Estados unidos.
8. Chang, Yih-Long,” *WinQSB: Decision Support Software for M* “, John Wilsey, 2007.
9. Kamlesh Mathur and Daniel Solow,*”Investigación de Operaciones: El arte de la toma de decisiones*”,Editorial Pearson Education,1996.
10. Problemas fundamentales del mundo ruteo de vehículos, Orloff, C:S: 1974